

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته:  $a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = a \left( \frac{1-q^n}{1-q} \right)$

مطابق نکته ی فوق، داریم:

$$1 - q^7 + q^7 - \dots - q^{14} = 1 \times \frac{1 - (-q)^{15}}{1 - (-q)} = \frac{1 - q^{15}}{1 + q}$$

$$1 + q^7 + q^{14} + q^{21} = 1 \times \frac{1 - (q^7)^3}{1 - q^7} = \frac{1 - q^{21}}{1 - q^7}$$

بنابراین:

$$\frac{1 - q^{15}}{1 + q^7} = \frac{1 - q^{21}}{1 - q^7} = \frac{(1 - q^7)(1 + q^7)}{1 + q^7} = 1 - q^7 \Rightarrow q = 1 - \sqrt[7]{1 - (1 - \sqrt[7]{2})^7}$$

$$1 - (1 - \sqrt[7]{2})^7 = 1 - 1 - 7 + 21\sqrt[7]{2} - 35\sqrt[7]{4} + 35\sqrt[7]{8} - 21\sqrt[7]{16} + 7\sqrt[7]{32} - 2$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دنباله اول: دنباله هندسی با قدرنسبت  $q_1 = \frac{1}{3}$

دنباله دوم: دنباله هندسی با قدرنسبت  $q_2 = \frac{1}{3}$

جمله هفتم دنباله اول همان جمله سیزدهم دنباله اصلی است. جمله هفتم دنباله دوم همان جمله چهاردهم دنباله اصلی است.

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

برای دنباله اول:  $b_7 = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{6} = \frac{1}{3^7} = \frac{1}{2187}$ ,  $b_1 = \frac{1}{3}$

برای دنباله دوم:  $c_7 = -\frac{1}{3} \left( \frac{1}{3} \right)^{6} = -\frac{1}{3^7} = -\frac{1}{2187}$ ,  $c_1 = -\frac{1}{3}$

$$a_{13} + a_{14} = \frac{1}{2916} - \frac{1}{5832} = \frac{2-1}{5832} = \frac{1}{5832}$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر  $x^3 = t$  فرض شود عبارت  $f(t) = t^2 + at^3 + 3t + 4$  بر  $t + 2$  بخش پذیر است. الزاماً  $f(-2) = 0$  می باشد.

$$f(-2) = -16 + 4a - 6 + 4 = 0 \Rightarrow 4a = 18$$

$$a = \frac{9}{2}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مقسوم علیه مربع کامل است  $(x-1)^2$  بنابراین  $x = 1$  عامل صفر مشتق مقسوم می باشد.

$$\text{مشتق مقسوم} \rightarrow 3ax^2 + 8x - 14 \xrightarrow{x=1} 3a + 8 - 14 = 0 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$T_{k+1} = \binom{22}{k} \left( \frac{1}{x} \right)^k \left( x^{-\frac{1}{2}} \right)^{22-k} = \binom{22}{k} x^{\frac{k}{2} - \frac{22}{2} + \frac{22-k}{2}}$$

$$\frac{k}{2} + \frac{22-k}{2} = \frac{22}{2} \Rightarrow \frac{11k}{12} = \frac{22}{3}$$

$$k = 16 \Rightarrow T_{17} = \binom{22}{16} x^{16} = \binom{22}{6} x^{16}$$

۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. طبق قانون دوجمله ای توانها اگر در هر دو جمله n باشد جمله ی عمومی به صورت

$$\frac{(2n)!}{n!(2n-n)!} = \frac{(2n)!}{(n!)^2} \text{ می باشد با حذف } 2^n \text{ از صورت و مخرج کسر ضرب } x^n \text{ به صورت } \binom{2n}{n} (2x)^n$$

۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^3 - 2x^2 - b^2x + 2b^2 = x^2(x-2) - b^2(x-2) = (x-2)(x-b)(x+b)$$

$$x^3 - 2ax^2 - 2x + 2a = x^2(x-2a) - 2(x-2a) = (x-2a)(x-2)(x+2)$$

در نتیجه:  $m(x) = (x-2)(x+2)(x-b)(x+b)(x-2a) \Rightarrow x = 2, -2, b, -b, 2a$

مجموع هر ۵ ریشه آن 2a می باشد.

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تجزیه هر دو چند دوجمله ای حاصل P(x) تعیین می شوند.

$$x^2(x-2a) - 2(x-2a) = (x-2a)(x-2)(x+2)$$

$$x^2(x-2) - b^2(x-2) = (x-2)(x-b)(x+b)$$

پس خواهیم داشت:

$$P(x) = (x-2a)(x-2)(x+2)(x-b)(x+b)$$

$$\frac{P(x)}{x-2a} = 0 \Rightarrow x \pm 2, x = \pm b$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط دو ریشه منفی  $\Delta > 0$  و  $-\frac{b}{a} < 0$  و  $\frac{c}{a} > 0$ .

$$\Delta' = 4 - (m+2)(m-1) > 0 \Rightarrow -m^2 - m + 6 > 0 \Rightarrow -3 < m < 2$$

$$\frac{-4}{m+2} < 0 \Rightarrow m+2 > 0 \Rightarrow m > -2$$

$$\frac{m-1}{m+2} > 0 \Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > 1$$

جواب مشترک هر سه نامعادله به صورت  $1 < m < 2$  می باشد.

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{3} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

۱۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} S = \frac{\gamma\beta}{\alpha} + \frac{\gamma\alpha}{\beta} = \frac{\gamma(\beta^2 + \alpha^2)}{\alpha\beta} = \frac{\gamma[(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta]}{\alpha\beta} = \frac{\gamma\left(\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{3}\right)\right)}{-\frac{1}{3}} = \frac{14}{3} \Rightarrow k = \frac{14}{3} \\ S = -\frac{k}{1} = -k \end{cases}$$

۱۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، در واکنش تشکیل  $\text{CH}_3\text{OH}$  از گازهای  $\text{CO}$  و  $\text{H}_2$ ، کاهش حجم روی داده، محیط روی سامانه کار انجام می دهد:

۱۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. در این سامانه  $\Delta V > 0$ ، پس  $w = -P\Delta V < 0$  است و علامت کار منفی باشد. بررسی گزینه ی ۱: چون کار و گرما هیچ کدام صفر نیستند، پس  $\Delta E = q + w$  خواهد بود. بررسی گزینه ی ۲: چون سامانه افزایش حجم دارد، پس سامانه بر روی محیط کار انجام می دهد (سامانه منبسط می شود).

بررسی گزینه ی ۴: در این سامانه  $\Delta H < 0$  است و به دلیل افزایش مولهای گازی  $\Delta S > 0$  می باشد، پس همواره  $\Delta G < 0$  است و در هر شرایطی خود به خودی است.

۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$3\text{Fe}(s) + 4\text{H}_2\text{O}(g) \rightarrow \text{Fe}_3\text{O}_4(s) + 4\text{H}_2(g)$$

$q = mC\Delta\theta = 300 \text{ gr} \times \frac{1}{2} \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \times 40^\circ\text{C} \Rightarrow q = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$

با توجه به معادله واکنش:

$$\frac{50}{4} X \rightarrow x = 33/6$$

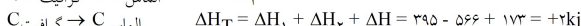
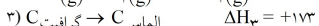
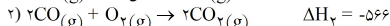
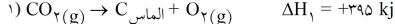
۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در معادله ی مربوط به آنتالپی استاندارد تشکیل یک ماده، باید یک مول از آن ماده از عنصرهای سازنده به حالت استاندارد تولید شده باشد.

۱۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

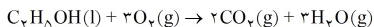
$$2 \times 26 \text{ g C}_2\text{H}_2 \quad 260 \text{ kJ} \quad \Rightarrow x_1 = \frac{6/5 \text{ g C}_2\text{H}_2 \times 260 \text{ kJ}}{2 \times 26 \text{ g C}_2\text{H}_2} = 320 \text{ kJ}$$

$$320 \text{ kJ} = x_p \times 56 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \Rightarrow x_p \approx 5/6 \text{ mol} ; \quad 5/6 \text{ mol} \times \frac{200 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 166.7 \text{ g}$$

۱۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. واکنش (۱) برعکس شده و با واکنشهای (ب) و (پ) جمع می شود.



۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم:



$$\Delta H = -(2 \times 395 + 3 \times 242) \text{ kJ} - (-278) \text{ kJ} = -1236 \text{ kJ}$$

$$1236 \text{ kJ} \times \frac{11/5 \text{ g}}{46 \text{ g}} = 30.9 \text{ kJ}$$

۱۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. معادله ی واکنش گزینه ی ۴ شامل تفکیک ۴ مول پیوند Si-H می باشد، بنابراین  $\Delta H$

$$\Delta H \text{ واکنش} = 4 \text{ mol} \times \frac{371.8 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = +1487.2 \text{ kJ}$$

این واکنش به صورت زیر محاسبه می شود:

۱۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا هر واکنشی که با افزایش آنتروپی همراه باشد، ممکن است خودبه خودی نباشد. شرط اساسی خودبه خودی بودن واکنش، منفی بودن  $\Delta G$  آن است.

۲۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K}, \quad \Delta G^\circ = \Delta H^\circ - T\Delta S^\circ \Rightarrow -16 \text{ kJ} = -46 \text{ kJ} - 300 \Delta S^\circ \Rightarrow \Delta S^\circ = \frac{(16-46) \text{ kJ}}{300 \text{ K}} = -0.1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Delta S^\circ = -0.1 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = -100 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

چون  $\Delta S^\circ < 0$  است، واکنش با کاهش آنتروپی همراه است. چون مطابق واکنش:  $\text{N}_2(g) + 3\text{H}_2(g) \rightarrow 2\text{NH}_3(g)$ ، سامانه واکنش بال کاهش حجم همراه است، علامت w مثبت است.